

## MATEMATYKA KL II LO zakres podstawowy i rozszerzony

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W). Wymienione poziomy wymagań odpowiadają w przybliżeniu ocenom szkolnym. Nauczyciel, określając te poziomy, powinien zatem sprecyzować, czy opanowania pewnych czynności lub wiedzy będzie wymagał na ocenę dopuszczającą (2), dostateczną (3), dobrą (4), bardzo dobrą (5) lub celującą (6).

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	–	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	–	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

Podział ten należy traktować jedynie jako propozycję. Poniżej przedstawiamy wymagania dla zakresu rozszerzonego. Połączenie wymagań koniecznych i podstawowych a także rozszerzających i dopełniających pozwoli nauczycielowi dostosować wymagania do specyfiki klasy.

# 1. WIELOMIANY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"><li>• podaje przykłady wielomianów, określa ich stopień i podaje wartości ich współczynników</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• zapisuje wielomian w sposób uporządkowany</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje wzory na kwadrat i sześciąt sumy i różnicy oraz wzór na różnicę kwadratów do wykonywania działań na wielomianach oraz do rozkładu wielomianu na czynniki</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje wzory na sumę i różnicę sześciąt</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• dzieli wielomian przez dwumian <math>x - a</math></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• sprawdza poprawność wykonanego dzielenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• zapisuje wielomian w postaci <math>w(x) = p(x)q(x) + r</math></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian <math>x - a</math> bez wykonywania dzielenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu i wyznacza pozostałe pierwiastki</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, mając dany wielomian w postaci iloczynowej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki oraz określa ich krotność</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje proste równania wielomianowe</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza punkty przecięcia się wykresu wielomianu i prostej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• szkicuje wykres wielomianu, mając daną jego postać iloczynową</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę</li></ul>

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza współczynniki wielomianu, mając dane warunki</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje wzór: <math>a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)</math></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• analizuje i stosuje metodę podaną w przykładzie, aby rozłożyć dany wielomian na czynniki</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian <math>(x - p)(x - q)</math> bez wykonywania dzielenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza iloraz danych wielomianów</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, mając określone warunki</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• porównuje wielomiany</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje równania i nierówności wielomianowe</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• szkicuje wykres wielomianu, wyznaczając jego pierwiastki</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczenia dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje zadania z parametrem</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji</li></ul>

### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje zadania z parametrem, o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianów</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje schemat Hornera przy dzieleniu wielomianów</li></ul>

## 2. FUNKCJE WYMIERNE

### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"><li>wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne i stosuje taką zależność do rozwiązywania prostych zadań</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza współczynnik proporcjonalności</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math> (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie <math>a \neq 0</math> i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>przesuwa wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math> o wektor i podaje jej własności</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, aby otrzymać wykres <math>g(x) = \frac{a}{x-p} + q</math></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>dobiera wzór funkcji do jej wykresu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza asymptoty wykresu funkcji homograficznej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>skraca i rozszerza wyrażenia wymierne</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje proste równania wymierne</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje, również graficznie, proste nierówności wymierne</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych</li></ul>

### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje zadania tekstowe, stosując proporcjonalność odwrotną</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>szkicuje wykresy funkcji <math>y =  f(x) </math>, <math>y = f( x )</math>, <math>y =  f( x ) </math>, gdzie <math>y = f(x)</math> jest funkcją homograficzną i opisuje ich własności</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych i podaje odpowiednie założenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje równania i nierówności wymierne</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje układy nierówności wymiernych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych</li></ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul>

### 3. FUNKCJE TRYGNOMETRYCZNE

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>zaznacza kąt w układzie współrzędnych, wskazuje jego ramię początkowe i końcowe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: <math>90^\circ</math>, <math>120^\circ</math>, <math>135^\circ</math>, <math>225^\circ</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>określa, w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zamienia miarę stopniową na łukową i odwrotnie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>odczytuje okres podstawowy funkcji na podstawie jej wykresu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując przesunięcie o wektor i określa ich własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych oraz symetrię względem początku układu współrzędnych i określa ich własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji <math>y = af(x)</math> oraz <math>y =  f(x) </math>, gdzie <math>y = f(x)</math> jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje tożsamości trygonometryczne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>dowodzi proste tożsamości trygonometryczne, podając odpowiednie założenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczenia kąta, przy danej wartości funkcji trygonometrycznej</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: <math>-90^\circ</math>, <math>315^\circ</math>, <math>1080^\circ</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnych kątów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji okresowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje własności funkcji trygonometrycznych do obliczenia wartości tej funkcji dla danego kąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji <math>y = f(ax)</math> oraz <math>y = f\left(\frac{x}{a}\right)</math>, gdzie <math>y = f(x)</math> jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji, będące efektem wykonania kilku operacji oraz określa ich własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do przekształcania wyrażeń, w tym również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"><li>wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz na funkcje kąta podwojonego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji trygonometrycznych</li></ul>

### 4. CIĄGI

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>szkicuje wykres ciągu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza wzór ogólny ciągu, mając danych kilka jego początkowych wyrazów</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym oraz ciągu określonego rekurencyjnie</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza, które wyrazy ciągu przyjmują daną wartość</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, mając dane jego kolejne wyrazy</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>bada, w prostszych przypadkach, monotoniczność ciągu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>bada monotoniczność sumy i różnicy ciągów</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza wyraz <math>a_{n+1}</math> ciągu określonego wzorem ogólnym</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza wzór ogólny ciągu będącego wynikiem wykonania działań na danych ciągach w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>podaje przykłady ciągów arytmetycznych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje średnią arytmetyczną do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny (proste przypadki)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>oblicza sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>podaje przykłady ciągów geometrycznych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny (proste przypadki)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>oblicza sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu geometrycznego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>oblicza, oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania (proste przypadki)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>bada na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę i w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych (mniejszych) od danej wartości (proste przypadki)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>podaje granicę ciągów <math>q^n</math> dla <math>q \in (-1; 1)</math> oraz <math>\frac{1}{n^k}</math> dla <math>k &gt; 0</math></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych (proste przypadki)</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>podaje twierdzenie o rozbieżności ciągów: <math>q^n</math> dla <math>q &gt; 0</math> oraz <math>n^k</math> dla <math>k &gt; 0</math></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>oblicza sumę szeregu geometrycznego w prostych przypadkach</li></ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>bada monotoniczność ciągów</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu</li></ul>

• bada monotoniczność iloczynu i ilorazu ciągów
• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny
• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny
• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego
• wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny i geometryczny
• stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań
• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego i geometrycznego
• rozwiązuje zadania związane z kredytami dotyczące okresu oszczędzania i wysokości oprocentowania
• stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach
• stosuje wzór na sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach
• bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych (mniejszych) od danej wartości
• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych
• stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu
• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o trzech ciągach

## 5. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• uzasadnia w prostych przypadkach, że funkcja nie ma granicy w punkcie
• oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach (proste przypadki)
• oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie (proste przypadki)
• oblicza granice niewłaściwe jednostronne w punkcie i granice w punkcie (proste przypadki)
• oblicza granice funkcji w nieskończoności (proste przypadki)
• wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji (proste przypadki)
• sprawdza ciągłość nieskomplikowanych funkcji w punkcie
• oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji (proste przypadki)
• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią $OX$ (proste przypadki)
• korzysta ze wzorów $(c)' = 0$ , $(x)' = 1$ , $(x^2)' = 2x$ oraz $(x^3)' = 3x^2$ do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie
• stosuje pochodną do wyznaczenia prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał (proste przypadki)
• korzysta, w prostych przypadkach, z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji
• podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu
• wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny istnienia ekstremum
• uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum (proste przypadki)
• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do rozwiązywania prostych zadań
• zna i stosuje schemat badania własności funkcji
• szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności (proste przypadki)

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• uzasadnia, także na podstawie wykresu, że funkcja nie ma granicy w punkcie
• uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
• oblicza granicę funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie

• oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie
• oblicza granice w punkcie, także niewłaściwe
• stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
• oblicza w granice funkcji w nieskończoności
• wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji
• sprawdza ciągłość funkcji
• wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub zbiorze
• stosuje twierdzenie o przyjmowaniu wartości pośrednich oraz twierdzenie Weierstrassa
• oblicza pochodną funkcji w punkcie
• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią $OX$
• uzasadnia istnienie pochodnej w punkcie
• korzysta ze wzorów $(x^n)' = nx^{n-1}$ dla $n \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ i $x \neq 0$ oraz $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ dla $x \geq 0$ do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie
• wyprowadza wzory na pochodną sumy i różnicy funkcji
• wyznacza przedziały monotoniczności funkcji
• uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze
• wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna
• wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum
• uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum
• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do rozwiązywania trudniejszych zadań w tym optymalizacyjnych
• bada własności funkcji i szkicuje jej wykres

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• wyprowadza wzory na pochodną iloczynu i ilorazu funkcji
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące rachunku różniczkowego

## 6. PLANIMETRIA

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• podaje i stosuje wzory na długość okręgu, długość łuku, pole koła i pole wycinka koła
• rozpoznaje kąty wpisane i środkowe w okręgu oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
• stosuje, w prostych przypadkach, twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny
• rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie prostokątnym lub równoramiennym
• określa własności czworokątów i stosuje je do rozwiązywania prostych zadań
• sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg
• sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg
• stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania prostszych zadań także o kontekście praktycznym
• stosuje twierdzenie sinusów do wyznaczenia długości boku trójkąta, miary kąta lub długości promienia okręgu opisanego na trójkącie
• stosuje twierdzenie cosinusów do wyznaczenia długości boku lub miary kąta trójkąta

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań o większym stopniu trudności
• rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w dowolny trójkąt i opisanym na dowolnym trójkącie
• stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach z geometrii analitycznej
• stosuje różne wzory na pole trójkąta i przekształca je

- |   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje własności czworokątów wypukłych oraz twierdzenia o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania trudniejszych zadań z planimetrii</li></ul> |
| <ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów także o kontekście praktycznym</li></ul>   |

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- |  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• dowodzi twierdzenia dotyczące kątów w okręgu</li></ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"><li>• dowodzi wzory na pole trójkąta</li></ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"><li>• dowodzi twierdzenia dotyczące okręgu wpisanego w wielokąt</li></ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"><li>• przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów</li></ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące zastosowania twierdzenia sinusów i cosinusów</li></ul> |